

*generator wzbudzany magnesami trwałymi,  
model matematyczny stanu ustalonego,  
współpraca generatora z przekształtnikiem.*

Tomasz WĘGIEL\*

## **MODEL GENERATORA SYNCHRONICZNEGO Z MAGNESAMI TRWAŁYMI WSPÓLPRACUJĄCEGO Z PRZEKSZTAŁTNIKOWYM UKŁADEM GENERACYJNYM**

Dobrym rozwiązaniem w układach generacji przy zmiennej prędkości obrotowej, jest zastosowanie coraz popularniejszego i niewymagającego przekładni, wolnoobrotowego generatora z magnesami trwałymi (PMSG). Tego typu aplikacje jednakże wymagają zastosowania układów przekształtnikowych w celu dopasowania parametrów produkowanej energii do wymagań sieci elektroenergetycznej. W artykule przedstawiono, dedykowany do analiz diagnostycznych, model matematyczny dla generatora z magnesami trwałymi współpracującego z układem przekształtnikowym posiadającym na wejściu prostownik diodowy.

### **1. WPROWADZENIE**

Bardzo dobre parametry współczesnych magnesów trwałych (indukcje remanentu rzędu jednej [T] oraz natężenia rzędu tysiąca [kA/m]) spowodowały wzrost zainteresowania producentów nowymi rozwiązaniami konstrukcyjnymi maszyn synchronicznych. Już obecnie budowane są maszyny o mocach rzędu kilku megawatów wzbudzone za pomocą magnesów trwałych i wykorzystuje się je w elektrowniach wiatrowych [5].

Zastąpienie tradycyjnego uzwojenia wzbudzenia magnesami trwałymi w istotny sposób ogranicza możliwości regulacyjne takich maszyn zarówno podczas pracy silnikowej jak i generatorowej. Z tego powodu maszyna ta musi współpracować z układem energoelektronicznym. Analiza jej właściwości wymaga wówczas łącznego rozpatrywania całego systemu, co staje się dość skomplikowane, gdyż konieczne jest modelowanie zarówno maszyny jak również układu przekształtnikowego. W aplikacjach generatorowych często PMSG współpracują z klasycznym prostownikiem dio-

---

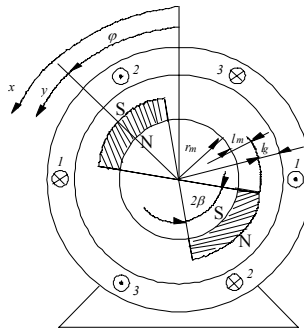
\* Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, [pewegiel@cyfronet.pl](mailto:pewegiel@cyfronet.pl)

dowym. Dostosowanie parametrów produkowanej energii następuje w dalszej kolejności za pomocą układu falownikowego. Ważnym zagadnieniem dla użytkowników jest umiejętność określania szybko i wystarczająco dokładnie właściwości PMSG w ustalonych stanach pracy.

W pracy została, więc przedstawiona metodyka analizy stanów ustalonych PMSG współpracującego z prostownikiem diodowym, która umożliwi bezpośrednio określanie widma Fouriera prądów a w konsekwencji także momentu elektromagnetycznego. Metoda ta bazuje na założeniu tzw. komutacji natychmiastowej diod prostownika, przez co można stwierdzić, że działanie układu prostownikowego sprowadza się do cyklicznego przełączania faz stojana generatora synchronicznego w funkcji czasu. Proponowana metoda pozwala ominąć analizę procesów komutacji diod, co może być przyjmowane dla układów, w których reaktancje są stosunkowo niewielkie, co jest dobrym przybliżeniem dla generatorów z magnesami trwałymi, gdyż wielkości szczelin są relatywnie duże w stosunku do rozwiązań klasycznych maszyn. W praktyce czasy przełączania diod są o rząd mniejsze niż okresy międzykomutacyjne. W efekcie, generator synchroniczny z magnesami trwałymi współpracujący z prostownikiem jest opisywany równaniem o okresowo-zmiennych współczynnikach. Pozwala to bezpośrednio wyznaczyć widmo Fouriera prądów metodą bilansu harmonicznym. W pracy, dla zilustrowania metodyki, analizowany jest 3-fazowy generator synchroniczny z powierzchniowymi magnesami trwałymi na wirniku współpracujący z 6-pulsowym prostownikiem diodowym.

## 2. MODEL MATEMATYCZNY GENERATORA

Przy tworzeniu modeli trójfazowej maszyny z magnesami trwałymi rozmieszczonymi powierzchniowo na wirniku, której przekrój przedstawiono na rysunku 1 przyjęto, że nie uwzględnia się spadków napięć magnetycznych w żelazie, magnesy są mocowane powierzchniowo do wirnika a charakterystyka odmagnesowania magnesów jest liniowa.



Rys. 1. Przekrój generatora z magnesami trwałymi  
Fig. 1. Cross-section of PM generator

W zapisie macierzowym równania modelu matematycznego przedstawiają się następująco:

$$\frac{d}{dt}([L(\varphi)][i]) + \frac{d}{dt}[\Psi_{PM}(\varphi)] = [u] - [R][i] \quad (1)$$

$$T_{em} = T_e + T_m = \frac{1}{2}[i]^T \frac{\partial}{\partial \varphi} [L(\varphi)][i] + [i]^T \frac{\partial}{\partial \varphi} [\Psi_{PM}(\varphi)] \quad (2)$$

gdzie  $T_{em}$  jest momentem elektromagnetycznym,

$$[L(\varphi)] = [L_{\sigma s}] + [L_s(\varphi)] = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & M_{\sigma s} & M_{\sigma s} \\ M_{\sigma s} & L_{\sigma s} & M_{\sigma s} \\ M_{\sigma s} & M_{\sigma s} & L_{\sigma s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{11}(\varphi) & L_{12}(\varphi) & L_{13}(\varphi) \\ L_{21}(\varphi) & L_{22}(\varphi) & L_{23}(\varphi) \\ L_{31}(\varphi) & L_{32}(\varphi) & L_{33}(\varphi) \end{bmatrix} \quad (3)$$

jest macierzą indukcyjności własnych i wzajemnych stojana, natomiast:

$$[u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad [i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad [\Psi_{PM}(\varphi)] = \begin{bmatrix} \psi_{PM1}(\varphi) \\ \psi_{PM2}(\varphi) \\ \psi_{PM3}(\varphi) \end{bmatrix} \quad [R] = \begin{bmatrix} R_s & & \\ & R_s & \\ & & R_s \end{bmatrix} \quad (4)$$

są odpowiednio wektorami napięć i prądów fazowych, strumieni pochodzących od magnesów skojarzonych z uzwojeniami oraz macierzą rezystancji uzwojeń stojana.

Sposób wyznaczenia podstawowych parametrów modelu matematycznego maszyny został przedstawiony między innymi w pracach [7], [8]. Generalnie ujmując indukcyjność wzajemna  $L_{ab}$  ma postać potrójnego szeregu Fouriera [1], [6]

$$L_{ab}(\varphi) = \sum_{\nu} \sum_m \sum_n L_{\nu,m,n} e^{j\nu(x_a - x_b)} e^{jm x_a} e^{jn \varphi} \quad (5)$$

gdzie  $x_a = (a-1)\frac{2\pi}{3p}$ ,  $x_b = (b-1)\frac{2\pi}{3p}$ ,  $a, b = 1, 2, 3$  są kątami pomiędzy pasmami uzwojeń. Indukcyjności własne wyznacza się przyjmując, że  $x_a = x_b$ .

$$L_{\nu,m,n} = \frac{2r_s l_c}{\pi} W_{\nu} W_{\nu+m} \Lambda_{m,n} \quad (6)$$

gdzie  $W_{\nu} = \frac{w_s k_s^{|\nu|}}{|\nu|}$ ,  $\nu = \pm p, \pm 3p, \pm 5p \dots$  – harmoniczne przepływowe,  $m, n$  – harmoniczne permeancyjne (w dowolnym przypadku geometrii obwodu magnetycznego  $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ , natomiast w szczególnym przypadku symetrii  $m = 0, \pm z_s; n = 0; z_s$  – liczba żłobków),  $k_s^{|\nu|}$  – współczynnik uzwojenia stojana,  $w_s$  – liczba zwojów uzwojenia stojana,  $\Lambda_{m,n}$  – współczynniki rozkładu Fouriera funkcji permeancji jednostkowej [7], [8],  $l_c$  – idealna długość pakietu,  $r_s$  – promień stojana.

Składową strumienia skojarzonego uzwojenia “a” wzbudzana przez magnesy trwale  $\psi_{PMa}$ , można wyrazić zgodnie z [7], [8] również w postaci potrójnego szeregu Fouriera

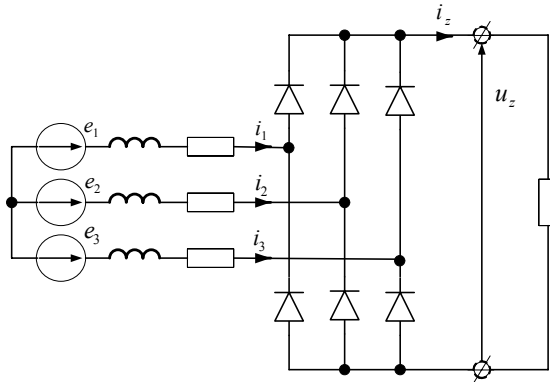
$$\psi_{PMa}(\varphi) = \sum_{\zeta} \sum_m \sum_n \psi_{\zeta,m,n}^{PM} e^{j(\zeta+m)x_a} e^{j(-\zeta+n)\varphi} \quad (7)$$

$$\psi_{\zeta,m,n}^{PM} = \frac{2 r_s l_c}{\Lambda} B_{\zeta\delta}^{PM} W_{\zeta+m} \Lambda_{m,n} \quad (8)$$

$\zeta = \pm p, \pm 3p, \pm 5p \dots$ ,  $B_{\zeta\delta}^{PM}$  – współczynniki rozkładu indukcji w szczelinie w stanie bezprądowym dla maszyny bezzłobkowej [2], [3], [7], [8],  $\Lambda$  – permeancja jednostkowa w obszarze magnesu dla maszyny bezzłobkowej [8].

### 3. MODEL MATEMATYCZNY DLA STANU USTALONEGO GENERATORA WSPÓLPRACUJĄCEGO Z 6-PULSOWYM PROSTOWNIKIEM DIODOWYM

Dla zilustrowania metodyki tworzenia modeli dla stanu ustalonego generatora współpracującego z 6-pulsowym prostownikiem diodowym założono, że uzwojenie stojana 3-fazowego generatora synchronicznego z magnesami trwałymi jest połączone w gwiazdę bez przewodu zerowego (rys. 2) i zasila prostownik diodowy.



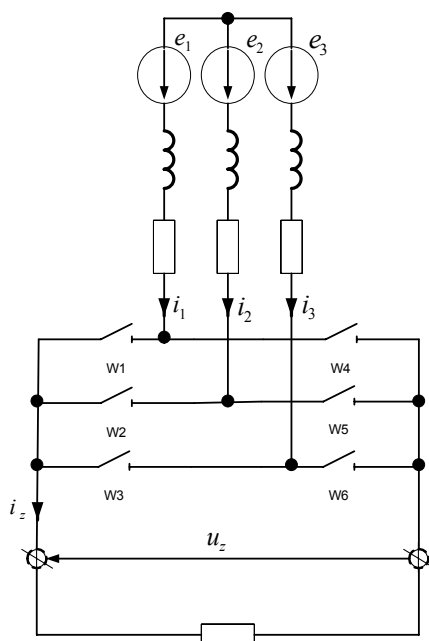
Rys. 2. Schemat PMSG połączonego z sześciopulsowym mostkiem diodowym  
Fig. 2. Scheme of PMSG connected with six pulse diode rectifier

Równania napięciowe modelu matematycznego przedstawione w rozdziale 2 dla zapisu macierzowego przy zmianie kierunku strzałkowania prądów (jak dla generatora), przedstawiają się następująco:

$$[e_{PM}(\varphi)] - [u] = \frac{d}{dt}([L(\varphi)][i]) + [R][i] \quad (9)$$

gdzie

$$[e_{PM}(\varphi)] = \frac{d}{dt}[\Psi_{PM}(\varphi)] = \omega \frac{\partial}{\partial \varphi}[\Psi_{PM}(\varphi)] \quad (10)$$



Rys. 3. Schemat zastępczy generatora wraz z prostownikiem  
Fig. 3. Equivalent scheme of generator with rectifier

Zakładając się, że proces komutacji następuje natychmiastowo, dlatego prostownik diodowy może być (zgodnie z rysunkiem 3) reprezentowany przez sześć kluczy (w1–w6). Założono, że fazy stojana są przełączane cyklicznie, zgodnie z funkcjami załączającymi przedstawionymi na rysunku 4, co odpowiada tzw. pracy 6-pulsowej. Przełączenia dokonywane są w zależności od czasu, przy czym zakłada się, że czas przełączania jest pomijalnie krótki. Ich lokalizację względem przyjętego układu odniesienia przedstawiono na rysunku 5.

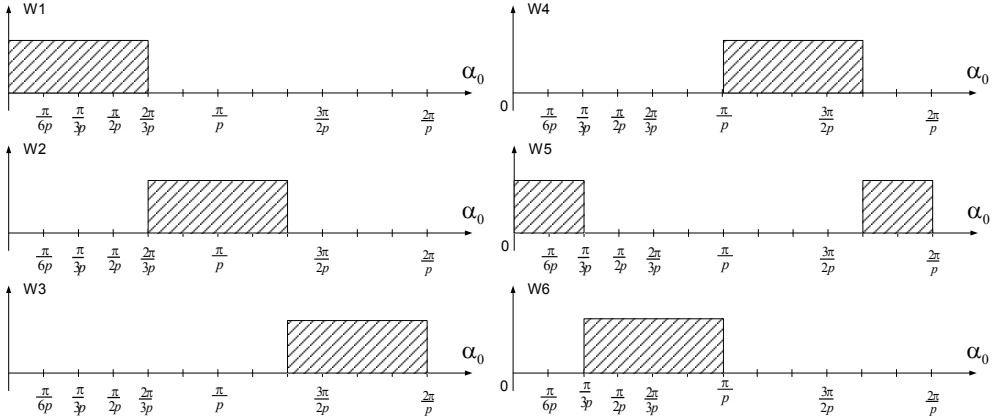
Z powyższych założeń wynikają związki pomiędzy prądami faz a prądem obciążenia  $i_z$ , które można zapisać w ogólnej macierzowej postaci

$$[i] = [C_n]i_z \quad \text{dla } n = 1 \dots 6 \quad (11)$$

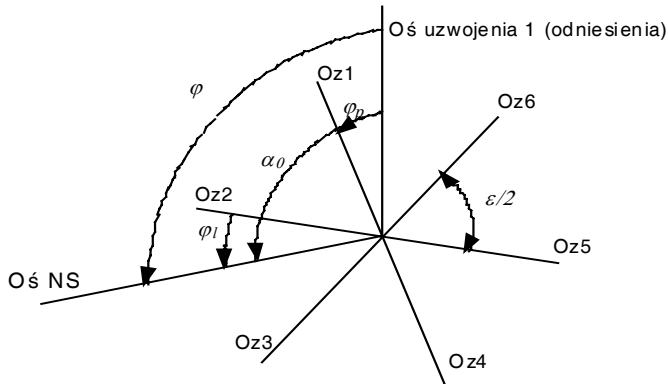
oraz związki pomiędzy napięciem obciążenia  $u_z$  a napięciami fazowymi przyjmują postaci

$$u_z = [C_n]^T [u] \quad \text{dla } n=1\dots6 \quad (12)$$

gdzie  $[C_n]$  są macierzami więzów odpowiadającym pracy 6-pulsowej mostka.



Rys. 4. Funkcje załączające  
Fig. 4. Switching functions



Rys. 5. Lokalizacja punktów przełączeń w funkcji kąta obrotu wirnika  
Fig. 5. Location of switching points as a function of rotor angle position

$$[C_1] \dots [C_6] = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Postaci prądów i napięć odpowiadają funkcjom załączającym z rysunku 4. Macierz  $[C_n]$  obowiązuje dla przedziału

$$\varphi_p + (n-1)\frac{\varepsilon}{2} < \varphi \leq \varphi_p + n\frac{\varepsilon}{2} \quad \text{dla } n=1\dots 6 \quad \text{gdzie } \varepsilon = \frac{2\pi}{3p} \quad (14)$$

$\varphi_p$  – jest tzw. kątem „początkowym” (wg rysunku 5) określającym kąt położenia osi załączenia 1 (Oz1) względem osi odniesienia (osi magnetycznej pierwszej fazy).

Wychodząc z ogólnych równań maszyny (9) oraz formuły na moment elektromagnetyczny (2) i narzuceniu więzów oraz wykonaniu formalnych przekształceń matematycznych, równania modelu matematycznego generatora wraz z prostownikiem można przedstawić następująco

$$\frac{d}{dt} \{L^n(\varphi)i_z\} + 2R_s i_z = \frac{d}{dt} \{\psi^n(\varphi)\} - U_z \quad (15)$$

$$T_{em} = T_e + T_m = \frac{1}{2} i_z^2 \frac{\partial L^n(\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial \psi^n(\varphi)}{\partial \varphi} i_z \quad (16)$$

gdzie

$$L^n(\varphi) = [C_n]^T [L(\varphi)] [C_n] \quad (17)$$

$$\psi^n(\varphi) = [C_n]^T [\Psi_{PM}(\varphi)] \quad (18)$$

Zgodnie z przyjętym diagramem przełączeń wprowadzono tzw. kąt lokalny  $\varphi_l$ , obowiązujący w jednym cyklu przełączenia  $\left(0 < \varphi_l \leq \frac{\varepsilon}{2}\right)$ . Przy tych założeniach można zapisać, że

$$\varphi = \varphi_p + \alpha_0 = \varphi_p + \varphi_l + (n-1)\frac{\varepsilon}{2} \quad \text{dla } n = 1, \dots, 6 \quad (19)$$

Można wykazać, że dla każdego przedziału ( $n = 1, \dots, 6$ ), indukcyjności  $L^n(\varphi_l)$  wyrażone, jako funkcje kąta lokalnego  $\varphi_l$ . (odpowiadającego czasom lokalnym) są identyczne i równe pewnej indukcyjności zastępczej  $L^z(\varphi_l)$ .

$$L^z(\varphi_l) = 2(L_{\alpha s} - M_{\alpha s}) + \sum_v \sum_m \sum_n L_{v,m,n} \{(1 - e^{jv2\varepsilon}) + (1 - e^{jv\varepsilon})e^{jm\varepsilon}\} e^{jn\varphi_p} e^{jn\varphi_l} = \sum_k L_k^z e^{jk\varphi_l} \quad (20)$$

gdzie

$$L_k^z = \begin{cases} 2(L_{\alpha s} - M_{\alpha s}) + \sum_v \sum_m L_{v,m,0} \{(1 - e^{jv2\varepsilon}) + (1 - e^{jv\varepsilon})e^{jm\varepsilon}\} & \text{dla } k = 0 \\ \sum_v \sum_m L_{v,m,k} \{(1 - e^{jv2\varepsilon}) + (1 - e^{jv\varepsilon})e^{jm\varepsilon}\} e^{jk\varphi_p} & \text{dla } k \neq 0 \end{cases} \quad (21)$$

Można również wykazać, że dla każdego przedziału  $n$ , strumienie  $\psi^n(\varphi_l)$  wyrażone jako funkcje kąta lokalnego  $\varphi_l$ : są identyczne i równe pewnemu zastępczemu strumieniowi  $\psi^z(\varphi_l)$ .

$$\psi^z(\varphi_l) = \sum_{\zeta} \sum_m \sum_n \psi_{\zeta,m,n}^{PM} (1 - e^{-j(\zeta+m)\varepsilon}) e^{j(-\zeta+n)\varphi_p} e^{j(-\zeta+n)\varphi_l} = \sum_k \psi_k^z e^{jk\varphi_l} \quad (22)$$

gdzie

$$\psi_k^z = \sum_{\zeta} \sum_m \psi_{\zeta,m,k+\zeta}^{PM} (1 - e^{-j(\zeta+m)\varepsilon}) e^{jk\varphi_p} \quad (23)$$

W rezultacie otrzymuje się równanie obowiązujące dla każdego cyklu międzykomutacyjnego

$$\frac{d}{dt} \{L^z(\varphi_l) i_z\} + 2R_s i_z = \frac{d\psi^z(\varphi_l)}{dt} - U_z \quad (24)$$

$$T_{em} = T_e + T_m = \frac{1}{2} i_z^2 \frac{\partial L^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} + \frac{\partial \psi^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} i_z \quad (25)$$

Po uporządkowaniu równanie (24) przybiera postać

$$L^z(\varphi_l) \frac{di_z}{dt} + (2R_s + \omega \frac{\partial L^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l}) i_z = \omega \frac{\partial \psi^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} - U_z \quad (26)$$

natomiast

$$\frac{\partial L^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} = \sum_k L_k^z e^{jk\varphi_l} \quad \text{gdzie} \quad L_k^z = jkL_k^z \quad (27)$$

$$\frac{\partial \psi^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} = \sum_k \psi_k^z e^{jk\varphi_l} \quad \text{gdzie} \quad \psi_k^z = jk\psi_k^z \quad (28)$$

Jeżeli założyć, że prędkość obrotowa jest stała ( $\omega = \text{const}$ ), to równanie (26), rozpatrywane dla całego cyklu przełączeń, jest liniowe i ma okresowo zmienne współczynniki. Obowiązuje ono przy założeniu, że komutacja diod dokonuje się w pomijalnie krótkim czasie. W rzeczywistości komutacja wymaga pewnego czasu a w jej wyniku wartość prądu w nowym układzie jest inna niż wartość końcowa w starej konfiguracji faz. W praktycznych realizacjach czasy przełączania są o jeden rząd mniejsze niż okres międzykomutacyjny. Dla tak sformułowanego problemu można poszukiwać rozwiązań dla stanu ustalonego.



W równaniu (26) zarówno prąd jak i parametry oraz funkcje wymuszające są okresowo zmienne, zatem do analizy stanu ustalonego można posłużyć się metodą bilansu harmonicznego [4], [6].

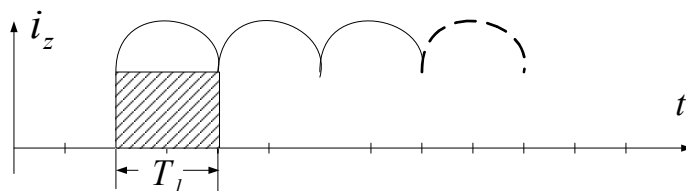
Przy założonym 6-pulsowym sposobie prostowania okres zmian wynosi  $T_l = \frac{2\pi}{6p\omega}$  więc

$$\omega_l = 6p\omega \quad (29)$$

Zgodnie z wcześniej przyjętym założeniem, że prędkość kątowna wirnika jest stała można, zatem rozwiązanie równania (26) w stanie ustalonym przewidzieć w postaci

$$i_z(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k e^{jk\omega_l t} \quad (30)$$

Metoda bilansu harmonicznego wymaga znajomości szeregów Fouriera funkcji współczynników równania (26), tj. funkcji (20), (27), (28) dla okresu  $T_l$  (rys. 6.).



Rys. 6. Prąd obciążenia  
Fig. 6. Current of load

$$L^z(\varphi_l) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} L_k e^{jk6p\varphi_l} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} L_k e^{jk\omega_l t} \quad (31)$$

$$\frac{\partial L^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} L_k e^{jk6p\varphi_l} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} L_k e^{jk\omega_l t} \quad (32)$$

$$\frac{\partial \psi^z(\varphi_l)}{\partial \varphi_l} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{jk6p\varphi_l} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{jk\omega_l t} \quad (33)$$

Zgodnie z metodą bilansu harmonicznego współczynniki szeregów (30)...(33), spełniają nieskończenie wymiarowy układ równań (34) [4], [6].

$$\left\{ \text{diag} \begin{bmatrix} \vdots \\ 2R_s \\ 2R_s \\ 2R_s \\ \vdots \end{bmatrix} + j \text{diag} \begin{bmatrix} \vdots \\ \omega_l \\ 0 \\ -\omega_l \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & L_0 & L_1 & L_2 & \dots \\ \dots & L_{-1} & L_0 & L_1 & \dots \\ \dots & L_{-2} & L_{-1} & L_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & L_0 & L_1 & L_2 & \dots \\ \dots & L_{-1} & L_0 & L_1 & \dots \\ \dots & L_{-1} & L_{-1} & L_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \vdots \\ I_1 \\ I_0 \\ I_{-1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \omega \cdot \begin{bmatrix} \vdots \\ \psi'_1 \\ \psi'_0 \\ \psi'_{-1} \\ \vdots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ U_z \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (34)$$

Występującą w zależnościach (19), (21) i (23) wartość kąta  $\varphi_p$ , przyjmuje się dla rozpatrywanego prostownika mostkowego 6-pulsowego, równą  $\varphi_p = \pi/p + \pi/6 + \varphi_0$ , przy czym  $\varphi_0$  wyznacza się w sposób iteracyjny poprzez rozwiązywanie układu równań (34) do momentu uzyskania wyniku na ciągłość prądu  $i_z(0) = i_z(t = T_l)$  na początku i końcu okresu lokalnego.

Moment elektromagnetyczny można wyznaczyć w oparciu o ogólną formułę (25) po wyznaczeniu zależności określającej prąd zgodnie z formułą (30).

#### 4. PODSUMOWANIE

Poszukiwanie rozwiązań przy użyciu technik symulacyjnych z użyciem modeli polowych nie daje pełnych możliwości jakościowej analizy zjawisk elektromagnetycznych w maszynie. W pracy przedstawiono metodykę opisu maszyny, która umożliwi analizę jakościową, jaka i również pozwala na obliczenia ilościowe prądów, a w konsekwencji momentu elektromagnetycznego w ustalonym stanie pracy przy współpracy PMSG z prostownikiem. Takie podejście może być przydatne dla zastosowań diagnostycznych z uwagi na fakt, że już na etapie równań modelowych można dokonywać syntezy zjawisk zachodzących w maszynach z magnesami trwałymi z wewnętrznymi niesymetriasami.

#### LITERATURA

- [1] SOBCZYK T.J., DROZDOWSKI P., *Inductances of electrical machine winding with a nonuniform air-gap*, Archiv für Elektrotechnik, 76 (1993), 1–6, pp. 1158.
- [2] ZHU Z.Q., HOWE D., EKKEHARD B., ACKERMANN B., *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet motors*, part I: *Open-circuit field*, IEEE Trans. Magn., Vol. 29, Jan. 1993, pp. 124–134.
- [3] ZHU Z.Q., HOWE D., *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet motors*, part III: *Effect of Stator Slotting*, IEEE Trans. Magn., Vol. 29, Jan. 1993, pp. 143–151.
- [4] SOBCZYK T.J., *Metoda wyznaczania nieciągłych rozwiązań okresowych w zagadnieniach elektrotechniki*, XVI Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów – SPETO '93, Ustroń 1993.
- [5] GIERAS J.F., WING M., *Permanent Magnet Motor Technology*, Marcel Dekker, Inc., New York 1997.

- [6] SOBCZYK T.J., *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*, WNT, 2004.
- [7] WĘGIEL T., *Model matematyczny maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi dla zastosowań diagnostycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033-2097, R. 84, nr 12/2008, s. 107–110.
- [8] WĘGIEL T., *Modelowanie maszyn synchronicznych z magnesami trwałymi z ekscentrycznością wirnika*, Zeszyty Problemowe BOBRME, Katowice 2009, nr 83, s. 77–82.

#### MODEL OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS GENERATOR OPERATING WITH POWER ELECTRONIC UNIT

A deep knowledge of the phenomena in permanent magnet (PM) synchronous generator is necessary to predict precisely machine properties, as well as to recognize the machine condition during operation. To predict Fourier components in the stator phase current and torque, it is necessary to have dedicated mathematical models of PM generator. In the paper the modeling of synchronous machines with PM located on the surface of the rotor operating with diode rectifier is presented. The proposed method gives the possibility to omit tedious analysis of the commutation process. As a result of this a synchronous PM generator with a diode rectifier is described by a differential equation with periodically changing parameters. This allows to compute the current Fourier spectra by the harmonics balance method. Presented methodical aspects of modeling PM machines with rectifier can be useful for diagnostic purposes.