

*maszyny synchroniczne, magnesy trwałe,
napęd samochodów, stany dynamiczne*

Olgiert MAŁYSZKO*, Ryszard PAŁKA*,
Sebastian SZKOLNY*

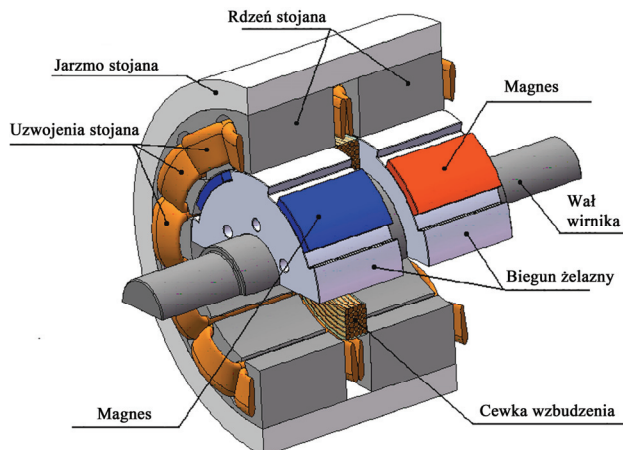
ANALIZA STANÓW DYNAMICZNYCH MASZYNY ELEKTRYCZNEJ Z REGULACJĄ STRUMIENIA MAGNESÓW TRWAŁYCH DO NAPĘDU SAMOCHODÓW

W pracy przedstawiono konstrukcję maszyny elektrycznej z regulacją strumienia magnesów trwałych przeznaczonej do napędu samochodów. Regulacja strumienia magnesów trwałych realizowana jest przez pomocniczą cewkę przymocowaną do stojana, położoną pomiędzy dwoma częściami wirnika oraz stojana. Zadaniem tej cewki jest osłabianie wypadkowego strumienia magnetycznego, a tym samym wartości indukowanego napięcia. W pracy przeanalizowano zjawiska dynamiczne zachodzące w rozważanej konstrukcji maszyny elektrycznej dla różnych wartości jej parametrów ze szczególnym uwzględnieniem możliwości powstania bifurkacji i stanów chaotycznych.

1. NOWA KONCEPCJA MASZYNY SYNCHRONICZNEJ PRZEZNACZONEJ DO NAPĘDU POJAZDÓW ELEKTRYCZNYCH

Głównym ograniczeniem w eksploatacji pojazdów o napędzie elektrycznym jest bez wątpienia źródło energii elektrycznej, które nakłada na pozostałe składniki systemu (przede wszystkim na silnik) bardzo trudne do spełnienia wymagania. Obecnie stosowane silniki z magnesami trwałymi mają istotną wadę, którą jest indukowanie wysokiego napięcia przy dużych prędkościach obrotowych, co utrudnia właściwe zasilanie maszyny. Celem ograniczenia tych efektów stosuje się różne techniki osłabiania strumienia magnetycznego w maszynie. Rozwiązaniem tego problemu może być maszyna z regulacją strumienia magnesów trwałych. Jej konstrukcję przedstawiono na rysunku 1 [2].

* Katedra Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, rpalka@zut.edu.pl, sebastian.szkolny@zut.edu.pl



Rys. 1. Maszyna elektryczna z regulacją strumienia magnesów trwałych
 Fig. 1. Electric controlled permanent magnet excited synchronous machine

Zasilanie maszyny elektrycznej pokazanej na rys. 1 stwarza również duże problemy techniczne. Zastosowanie dodatkowej cewki, której zadaniem jest regulacja wartości strumienia magnesów trwałych powoduje, że wartości indukcyjności synchronicznej L_{sq} zmieniają się w zależności od wartości prądu i_f płynącego przez tę cewkę.

2. MODEL MATEMATYCZNY

Przestrzenny charakter zjawisk elektromagnetycznych zachodzący w maszynach wzbudzanych magnesami trwałymi sprawia, że parametry reaktancyjne modeli obwodowych nie mają stałych wartości – zmieniają się one w zależności od kąta położenia wirnika, a także od wartości prądu. Wybór odpowiedniego modelu matematycznego maszyny może uprościć jej opis matematyczny. W tej sytuacji najkorzystniejsze jest zastosowanie opisu wektorowego, który jest najbardziej uniwersalnym modelem matematycznym maszyny prądu przemiennego. Pozwala on na uproszczenie i usystematyzowanie postaci równań; wielkości wektorowe mają przy tym określony sens fizyczny, dzięki czemu można je mierzyć i odwzorowywać w konkretnych układach napędowych. Wektorowy zapis równań pozwala na analizę maszyny elektrycznej w dowolnym układzie współrzędnych związanych ze stojanem, wirnikiem lub wektorami napięć, strumieni skojarzonych czy prądów. Pozwala również, dzięki transformacji do wspólnego dla stojana i wirnika układu współrzędnych wirujących z dowolną prędkością, na wyeliminowanie reaktancji wzajemnej zależnej od kąta obrotu wirnika [1]. Modelem wykorzystywanym najczęściej do opisu zjawisk fizycznych zachodzących w maszynach elektrycznych wzbudzanych magnesami trwałymi jest model wektorowy opisany w prostokątnym układzie współrzędnych wirujących dq :

$$\begin{aligned}
 u_{sd} &= r_s i_{sd} + \frac{d\Psi_{sd}}{d\tau} - \omega_m \Psi_{sq} \\
 u_{sq} &= r_s i_{sq} + \frac{d\Psi_{sq}}{d\tau} + \omega_m \Psi_{sd} \\
 u_f &= r_f i_f + \frac{d\Psi_f}{d\tau}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{d\omega_m}{d\tau} = \frac{1}{T_m} \left[(\Psi_{sd} i_{sq} - \Psi_{sq} i_{sd}) - t_l - \beta \omega_m \right] \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 \Psi_{sd} &= L_{sd} i_{sd} + L_{df} i_f + \Psi_0 \\
 \Psi_{sq} &= L_{sq} i_{sq} \\
 \Psi_f &= L_f i_f + L_{df} i_{sd}
 \end{aligned} \tag{3}$$

W przypadku analizowanej konstrukcji maszyny elektrycznej wraz ze zmianą wartości prądu w dodatkowej cewce zmienia się wartość indukcyjności synchronicznej L_{sq} , a tym samym wartość momentu reluktancyjnego.

3. ANALIZA WYBRANYCH ZJAWISK DYNAMICZNYCH

Z uwagi na nieliniowość indukcyjności L_{sq} powyższy model jest trudny do analizy matematycznej, dlatego też konieczne było dokonanie pewnych uproszczeń. Pominięto równania dodatkowego uzwojenia oraz przyjęto, że indukcyjność L_{sq} jest stała, tzn. nie zależy od prądu i_f (uproszczenie takie jest zawsze dopuszczalne w pewnym otoczeniu punktu pracy). Po podstawieniu do równań modelu i dalszym przekształceniu otrzymuje się uproszczony model złożony z trzech nieliniowych równań różniczkowych:

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{sd}}{d\tau} &= \frac{1}{L_{sd}} \left[u_{sd} - r_s i_{sd} + \omega_m L_{sq} i_{sq} \right] \\
 \frac{di_{sq}}{d\tau} &= \frac{1}{L_{sq}} \left[u_{sq} - r_s i_{sq} - \omega_m (L_{sd} i_{sd} + \Psi_0) \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\frac{d\omega_m}{d\tau} = \frac{1}{T_m} \left[\Psi_0 i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq} - t_l - \beta \omega_m \right] \tag{5}$$

Kolejnym uproszczeniem było przyjęcie, że $L_{sd} = L_{sq} = L$ (jest to prawdziwe dla maksymalnej wartości prądu płynącego przez dodatkową cewkę, której strumień przeciwdziała strumieniowi wytworzonemu przez magnesy) oraz przyjęto nowy układ współrzędnych:

$$i_{sd} = \frac{r_s \beta}{L \Psi_0} \tilde{i}_d, \quad i_{sq} = \frac{r_s \beta}{L \Psi_0} \tilde{i}_q, \quad \omega_m = \frac{r_s}{L} \tilde{\omega}, \quad \tau = \frac{L}{r_s} \tilde{t} \quad (6)$$

Po podstawieniu:

$$\gamma = -\frac{\Psi_0^2}{r_s \beta}, \quad \sigma = \frac{L \beta}{r_s T_m}, \quad \tilde{u}_d = \frac{L \Psi_0}{r_s^2 \beta} u_{sd}, \quad \tilde{u}_q = \frac{L \Psi_0}{r_s^2 \beta} u_{sq}, \quad \tilde{t}_l = \frac{L^2}{r_s^2 T_m} t_l$$

otrzymuje się po przekształceniach znormalizowany układ równań opisujący uproszczony model silnika. Interesujące jest, że dla $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = \tilde{t}_l = 0$ (fizycznie odpowiada to sytuacji wyłączzonego spod napięcia nieobciążonego silnika) otrzymuje się szczególnie przypadek dobrze znanego z teorii chaosu równania Lorenza [2–4]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} &= -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} &= (\gamma - \tilde{i}_d) \tilde{\omega} - \tilde{i}_q \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} &= -\sigma(\tilde{\omega} - \tilde{i}_q) \end{aligned} \quad (7)$$

Równanie Lorenza jest to układ trzech nieliniowych równań różniczkowych modelujących w najprostszym sposobie zjawisko konwencji termicznej w atmosferze. Dla pewnego zbioru parametrów dynamika układu jest chaotyczna, a wykresy zmiennych w przestrzeni fazowej przedstawiają tak zwany „dziwny atraktor”. Punkty stałe równania (7) wynoszą odpowiednio: $\tilde{\omega}_{eq} = \pm\sqrt{\gamma-1}$, $\tilde{i}_{qeq} = \pm\sqrt{\gamma-1}$, $\tilde{i}_{deq} = \gamma-1$ oraz (mniej interesujące w praktyce) $\tilde{\omega}_{eq} = 0$, $\tilde{i}_{qeq} = 0$, $\tilde{i}_{deq} = 0$.

Dla zlinearyzowanego równania (7), równanie charakterystyczne ma postać:

$$\lambda^3 + (2 + \sigma)\lambda^2 + (\sigma + \gamma)\lambda + 2\sigma(\gamma - 1) = 0 \quad (8)$$

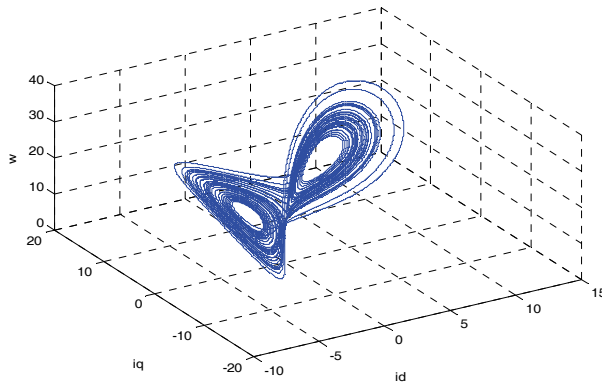
Równanie charakterystyczne posiada trzy rozwiązania, przy czym jedno z nich jest liczbą rzeczywistą. W zależności od znaku i wartości części rzeczywistych i urojonych poszczególnych wartości własnych λ układ dynamiczny ma odmienny charakter. W tabeli 1 zestawiono przykładowe wyniki dla parametru $\sigma = 3$ w zależności od różnych wartości parametru γ .

W przedziale $\gamma = (0-1)$ układ ma jedno rozwiązanie – węzeł stabilny $[0, 0, 0]$. Dla $\gamma = 1$ występuje bifurkacja i pojawiają się dwa węzły stabilne w punktach $\tilde{\omega}_{eq} = \pm\sqrt{\gamma-1}$, $\tilde{i}_{qeq} = \pm\sqrt{\gamma-1}$, $\tilde{i}_{deq} = \gamma-1$. W punkcie $\gamma = 1,159$ występuje kolejna bifurkacja i dwa węzły stabilne zamieniają się na dwa ogniska stabilne. Dla $\gamma = 21$ występuje tzw. bifurkacja Hopfa, w której zmieniają znak części rzeczywiste wartości

własnych. Powyżej tego punktu znikają stabilne rozwiązania i układ posiada dynamikę chaotyczną. Jako przykład na rys. 2 pokazano atraktor chaotyczny dla wartości parametrów $\sigma = 3$ i $\gamma = 22$.

Tabela 1. Wartości własne równania w zależności od parametru γ (dla $\sigma = 3$)
Table 1. Eigenvalues of the equation depending on the parameter γ (for $\sigma = 3$)

γ	$Re(\lambda_1)$	$Im(\lambda_1)$	$Re(\lambda_2)$	$Im(\lambda_2)$	$Re(\lambda_3)$	$Im(\lambda_3)$	Uwagi
(0-1)	+	0	-	0	-	0	Węzeł stabilny
1	0	0	-	0	-	0	I bifurkacja
(1-1,159)	-	0	-	0	-	0	2 węzły stabilne
1,159							II bifurkacja
(1,159-5,333)	-	0	-	-	-	+	2 ogniska stabilne
5,333							III bifurkacja
(5,333-21)	-	0	-	-	-	+	2 ogniska stabilne
21	-	0	0	-	0	+	IV bifurkacja (bif. Hopfa)
>21	-	0	+	-	+	+	Dynamika chaotyczna



Rys. 2. Atraktor chaotyczny dla $\sigma = 3$ i $\gamma = 22$
Fig. 2. A chaotic attractor for $\sigma = 3$ and $\gamma = 22$

4. WNIOSKI

Przedstawiona w pracy maszyna elektryczna z regulacją strumienia magnesów trwałych charakteryzuje się silną zmiennością wartości indukcyjności synchronicznych, co mocno wpływa na jej pracę w stanach dynamicznych.

Uproszczony model analizowanego silnika opisany jest równaniem Lorenza. Dla pewnych zakresów parametrów równanie to posiada dynamikę chaotyczną. W rzeczywistym układzie zjawiska bifurkacji i chaosu mogą się pojawić w przypadku dodatkowego zakłócenia zewnętrznego, np. kinetycznego wzbudzenia łożysk. Celem

dalszych badań będzie analiza możliwości wystąpienia drgań chaotycznych w wyniku zmiany parametrów maszyny wywoływanych dodatkowym uzwojeniem.

Badania finansowane ze środków na naukę w ramach projektu N510 508040 (2011–2013).

LITERATURA

- [1] MAY H., PAŁKA R., PAPLICKI P., SZKOLNY S., CANDERS W.-R., *Modified concept of permanent magnet excited synchronous machines with improved high-speed features*, Archives of Electrical Engineering Vol. 60(4), pp. 531–540 (2011), DOI: 10.2478/v10171-011-0043-2.
- [2] ZHONG LI, JIN BAE PARK, YOUNG HOON JOO, BO ZHANG, GUANRONG CHEN, *Bifurcations and Chaos in a Permanent-Magnet Synchronous Motor*, IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: *Fundamental Theory and Applications*, Vol. 49, No. 3, March 2002, pp. 383–387.
- [3] GUO-QING HUANG, XIN WU, *Hopf Bifurcation of Permanent-magnet Synchronous Motor Chaos System*, The 2011 International Conference on Computational and Information Sciences, ICCIS 2011, October 21–23, 2011, Chengdu, Sichuan, China, pp. 1204–1207.
- [4] XINGHUA ZHANG, *Inverse System Control for Chaos of Salient Permanent Magnet Synchronous Motors*, International Conference on Electrical and Control Engineering (ICECE2011), Sept. 16–18, 2011 in Yichang, China, pp. 1218–1221.

DYNAMIC PERFORMANCE ANALYSIS OF ELECTRIC CONTROLLED PERMANENT MAGNET EXCITED SYNCHRONOUS MACHINE FOR ELECTRIC VEHICLES

This paper presents a machine topology, by which the field weakening is enabled with a simple stator fixed DC-coil. This machine can be used in modern drives for electro-mobiles. To control the field in the range from zero up to maximal values, which offers wide speed variations, this coil has to be fed by a simple DC-chopper. The dynamic phenomena occurring in the machine for various values of its parameters (the possibility of bifurcation and chaotic states) has been analyzed.